DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTEŞİ FEN FAKÜLTESİ
MATEMATİK BÖLÜMÜ

ÖĞRENCİ SEMİNERLERİ

Simetrik Polinomların Temel Teoremi, Newton özdeşlikleri ve Diskriminant

Mustafa Eren Taşlı
Dokuz Eylül Üniversitesi

ÖZET

F cismi üzerinde n değişkenli **simetrik polinomların** ve **temel simetrik polinomların** tanımlarını yapıp, Simetrik Polinomların Temel Teoremini göreceğiz. $x_1, x_2, \ldots, x_n$ değişkenli temel simetrik polinomlar şunlardır:

$$\begin{aligned}\sigma_1 =& x_1 + x_2 + \ldots + x_n \\ \sigma_2 =& \sum_{1\leq i<j\leq n} x_i x_j \\ &\vdots \\ \sigma_n =& x_1 x_2 \ldots x_n\end{aligned}$$

Simetrik Polinomların Temel Teoremi bize, her simetrik polinomun, temel simetrik polinomların bir polinomu şeklinde yazılabileceğini söyler, yani:

Teorem. *F cismi üzerinde n değişkenli $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ polinomu simetrikse, öyle bir n değişkenli $g(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ polinomu vardır ki*

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = g(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n)$$

sağlanır ve bunu sağlayan n değişkenli $g(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ polinomu tek türlü belirlenir.

Bu teoremi çokdeğişkenli polinomlar için *derecelendirilmiş sözlük sırasını* kullanarak kanıtlayacağız.

Newton özdeşliklerindeki indirgeme bağlantılarını kullanarak değişkenlerin kuvvetlerinin toplamını, yani, k pozitif tamsayısı için

$$s_k = x_1^k + x_2^k + \ldots + x_n^k$$

simetrik polinomlarını, temel simetrik polinomlar cinsinden yazabilmeyi öğrenip örneklerle pekiştireceğiz.

F cismi üzerinde $x_1, x_2, \ldots, x_n$ değişkenli diskriminant şudur:

$$\Delta = \prod_{1\leq i<j\leq n} (x_i - x_j)^2 \in F[x_1, \ldots, x_n].$$

Diskriminant simetrik bir polinomdur ve bunun temel simetrik polinomlar cinsinden ifadesini determinant kullanarak göreceğiz.

Bu seminer, *Simetrik Polinomların Temel Teoremi, Newton Özdeşlikleri, Diskriminant ve Resültant* konulu bitirme projemin bir parçası olarak, n'ninci dereceden bir polinomun **diskriminantını** (Δ) polinomun köklerini bulmadan hesaplama yöntemine bir giriş niteliği taşımaktadır.

Yer & Zaman: **26 Aralık 2024, Perşembe, saat 15:00**

Sinif: **B254**